第 30 卷第 6 期
2017 年 12 月

振 动 工 程 学 报
Journal of Vibration Engineering

Vol. 30 No. 6
Dec. 2017

基于 μ 综合的整车主动悬架鲁棒控制研究

周　兵[1]，吴晓建[1]，文桂林[1]，邱　香[2]

（1. 湖南大学汽车车身先进制造国家重点实验室，湖南 长沙 410082；
2. 江西科技学院协同创新中心，江西 南昌 330098）

摘要：针对悬架系统参数不确定性及传感器量测噪声干扰等原因易导致主动悬架控制系统鲁棒性差，以及考虑到整车模型能更准确反映车辆振动响应，且 μ 综合能针对多个不确定量进行低保守性控制，开展了基于 μ 综合的整车主动悬架鲁棒控制研究。首先，考虑了弹簧刚度、减振器阻尼以及执行电机的时间常数等 12 个参量的不确定性，运用线性分式变换建立了含不确定性系统动力学模型，通过实车试验，验证了动力学模型的准确性；然后，基于 μ 综合控制方法，设计了参数摄动系统鲁棒控制器，控制系统结构奇异值上下界显示系统具有良好的鲁棒稳定性及鲁棒性能；最后，通过频域响应和时域响应分析，以及与 H_∞ 控制效果对比分析，表明在多参数摄动的情况下，μ 综合控制在保证鲁棒稳定性及鲁棒性能的前提下能更有效地提高车辆平顺性及安全性。

关键词：主动悬架；鲁棒控制；μ 综合；不确定性；整车模型

中图分类号：U461.1；U463.33　　**文献标志码：**A　　**文章编号** 1004-4523(2017)06-1029-09

DOI：10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2017.06.017

引　言

主动悬架的设计与应用存在非线性系统的线性化、高阶未建模、各种信号测量噪声干扰以及工作环境变化等情况，使得悬架系统具有一定的不确定性，而仅对标称系统进行控制显然存在很大的保守性，因此，许多学者对具有不确定性的主动悬架进行了控制设计[1-4]。

1/4 车辆模型结构简单，能较好地反映垂直振动问题，考虑悬架系统不确定性的鲁棒控制设计得到较广泛研究。龙垚坤、文桂林[5]等考虑了悬架系统阻尼系数和弹簧刚度的不确定性，利用线性矩阵不等式(LMI)设计了 H_2/H_∞ 保性能控制器，有效改善了车身加速度，提高了车辆舒适性；上海交通大学喻凡团队[6-10]建立了 1/4 车辆主动悬架模型，将簧载质量、弹簧刚度和车轮刚度等视为不确定量，对其进行了 μ 综合控制，结果显示相比被动悬架，所设计的 μ 综合控制器对乘坐舒适性有较大提升。为了改善参数不确定性悬架系统的平顺性，文献[11]设计了保成本/H_∞ 控制器，文献[12]对比了 H_∞，H_2 和 μ 综合控制效果，文献[13]设计了 H_∞ 控制器，并通过仿真和试验验证了改善效果。

在研究前、后（或左、右）悬架的参数匹配关系和车身垂直方向与纵向（或侧向）的运动耦合时，采用半车模型则能较好地体现垂直振动和俯仰（或侧倾）变化的问题。国内在半车模型主动悬架方向考虑摄动的鲁棒控制研究文献较少，李荣[14]等针对外界扰动，对基于动态输出反馈的半车主动悬架系统进行了鲁棒控制研究，提出了一种动态输出反馈鲁棒干扰抑制控制策略；陈虹[15-16]等运用 LMI 优化对 H_∞/广义 H_2 输出反馈主动悬架进行了控制研究，但均没有考虑主动悬架参数的摄动。

要完整地体现车辆垂直振动、俯仰变化、侧倾运动及相互之间的耦合影响，全面地把握汽车运动响应与控制的综合问题，则需要采用整车模型。国内在考虑摄动的整车模型主动悬架鲁棒控制方面尚无相关文献。盛云、吴光强[17]等研究了 7 自由度主动悬架整车模型最优控制；张望等[18]建立了电磁主动悬架整车模型，采用内外环集成控制，即内环采用 H_2/H_∞ 混合控制策略计算作动器需求转矩，外环采用滑模控制进行转矩跟踪，实现车辆驾乘舒适性提升。

弹簧及减振器作为悬架系统关键部件，对车身

收稿日期：2016-08-31；**修订日期：**2017-05-10

基金项目：国家自然科学基金资助项目(51275162)；国家重点研发计划新能源汽车重点专项项目子课题(2016YFB0100903－2)；智能型新能源国家 2011 协同创新中心资助

加速度以及悬架动挠度、车轮动载有重要影响。具体而言，车身加速度是平顺性评价指标，悬架动挠度和车轮动载是行驶安全性的重要体现；悬架动挠度大则会增加撞击限位块的概率，车轮动载大则会降低汽车附着性能。然而，悬架系统弹簧刚度、减振器阻尼本身为非线性，建模时常将其线性化处理，使得模型与实车相比具有一定的摄动；同时，考虑到电机作动器关键参数也存在一定的不确定性，以及传感器在测量时不可避免伴有噪声干扰，因此，需要对悬架系统进行参数不确定性鲁棒控制及干扰抑制。

综上，为使主动悬架控制系统能够更准确反映车辆动力学响应，论文将以整车模型为研究对象，着重考虑整车系统伴有弹簧刚度、减振器阻尼、执行器参数等不确定性以及量测干扰情况下的主动悬架鲁棒控制。考虑到 μ 综合可以将多输入多输出系统中的多个不确定量集中于一个分块对角阵里，保守性较小，且通过解关于结构性摄动的鲁棒稳定问题可以求解鲁棒性能问题，成为判别鲁棒稳定性和鲁棒性能的强有力工具，论文将采用 μ 综合进行鲁棒控制设计。论文首先建立了整车主动悬架不确定模型，并通过实车试验验证了被动悬架模型能较好地反映整车振动响应；然后以 μ 综合为工具，设计了相应的鲁棒控制器；最后对控制系统进行了仿真分析，结果表明，所设计的 μ 综合控制器能在兼顾悬架动挠度和车轮动载的情况下，有效地改善汽车平顺性。

1　整车主动悬架不确定模型

图 1 为整车主动悬架振动模型，视车身为刚性体，整车做 7 自由度振动，分别为车身垂向振动、侧倾和俯仰振动以及 4 个车轮的垂向振动。m_s 为簧载质量，$m_{uj}\,(j=fl,fr,rl,rr)$ 为非簧载质量，k_j 为悬架弹簧刚度，k_{tj} 为轮胎刚度，c_j 为减振器阻尼，F_j 为主动悬架的作动力，x_{0j} 为路面不平度激励，x_{uj} 为非簧载质量垂直位移，x_{sj} 为簧载质量垂直位移，x_c 为车身质心位移，θ 为俯仰角，φ 为侧倾角，a 和 b 分别为质心至前、后轴距离，b_s 为轮距。

建立 7 自由度整车主动悬架动力学模型，公式如下：

车身垂直振动

$$m_s x''_c=\sum_{j=fl,fr,rl,rr}[-k_j(x_{sj}-x_{uj})-c_j(x'_{sj}-x'_{uj})+F_j] \tag{1}$$

车身侧倾振动

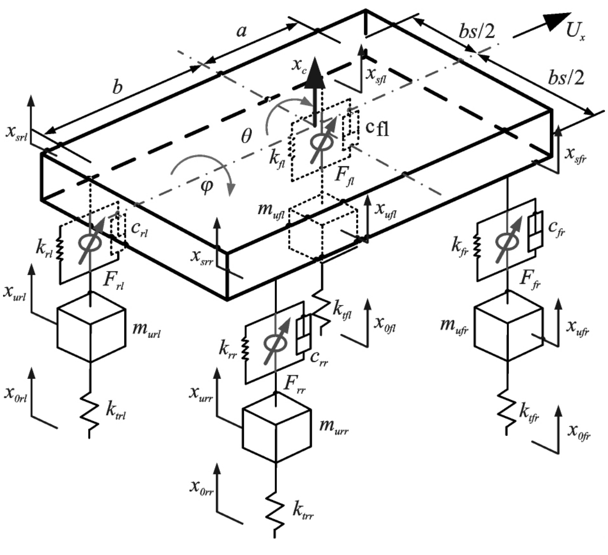

图 1　7 自由度整车模型

Fig. 1　7-DOF full-car model

$$\frac{2I_\varphi\varphi'}{b_s}=\sum_{j1=fr,rr}[k_{j1}(x_{sj1}-x_{uj1})+c_{j1}(x'_{sj1}-x'_{uj1})-F_{j1}]-\sum_{j2=fl,rl}[k_{j2}(x_{sj2}-x_{uj2})+c_{j2}(x'_{sj2}-x'_{uj2})-F_{j2}] \tag{2}$$

车身俯仰振动

$$I_\theta\theta''=a\sum_{j3=fl,fr}[k_{j3}(x_{sj3}-x_{uj3})+c_{j3}(x'_{sj3}-x'_{uj3})-F_{j3}]-b\sum_{j4=rl,rr}[k_{j4}(x_{sj4}-x_{uj4})+c_{j4}(x'_{sj4}-x'_{uj4})-F_{j4}] \tag{3}$$

非簧载质量垂直振动

$$m_{uj}x''_{uj}=k_{tj}(x_{0j}-x_{uj})+k_j(x_{sj}-x_{uj})+c_j(x'_{sj}-x'_{uj})-F_j \tag{4}$$

整车模型动力学方程可表示为如下矩阵形式

$$\boldsymbol{M}_1\boldsymbol{x}''+\boldsymbol{C}_1\boldsymbol{x}'+\boldsymbol{K}_1\boldsymbol{x}=\boldsymbol{B}_1\boldsymbol{w}+\boldsymbol{B}_2\boldsymbol{u} \tag{5}$$

式中　$\boldsymbol{M}_1$ 为主动悬架振动系统质量、惯量矩阵，$\boldsymbol{K}_1$ 为刚度系数矩阵，$\boldsymbol{C}_1$ 为阻尼系数矩阵；$\boldsymbol{w}=[x_{0fl},x_{0fr},x_{0rl},x_{0rr}]^{\mathrm{T}}$，为路面干扰激励向量；$\boldsymbol{u}=[F_{fl},F_{fr},F_{rl},F_{rr}]^{\mathrm{T}}$，为作动力控制输入向量；$\boldsymbol{x}=[x_c,\varphi,\theta,x_{ufl},x_{ufr},x_{url},x_{urr}]^{\mathrm{T}}$，为状态向量。

参考文献[1]中提供的电动悬架滚珠丝杆电机作动器模型，执行电机额定电压为 42 V，最大输出扭矩为 6 N·m，其动力学方程为

$$\begin{cases} f=\Phi i \\ V=L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}x}+Ri \\ T=\dfrac{P_h}{2\pi}f \end{cases} \tag{6}$$

式中　f 为丝杆输出力，T 为电机输出扭矩，P_h 为

滚珠丝杆导程，i 为电流，V 为控制电压；Φ 为电机常数，具有不确定性。

后轮的路面激励可视为前轮激励的 Δt 时间滞后，设汽车行驶车速为 U_x（m/s），路面不平度输入满足如下关系

$$\begin{cases} w_{rl}(t) = w_{fl}(t-\Delta t) \\ w_{rr}(t) = w_{fr}(t-\Delta t) \\ \Delta t = \dfrac{a+b}{U_x} \end{cases} \tag{7}$$

鉴于悬架系统的弹簧刚度、减振器阻尼线性化处理带来的误差，以及作动器电机常数存在不确定性，本文将视上述 12 个参数为不确定参数。悬架弹簧刚度、减振器阻尼及电机常数满足如下摄动关系

$$\begin{cases} \tilde{k}_j = k_j(1+\Delta_{kj}p_{kj}) \\ \tilde{c}_j = c_j(1+\Delta_{cj}p_{cj}) \quad (j = fl, fr, rl, rr) \\ \tilde{\Phi}_j = \Phi_j(1+\Delta_{\Phi j}p_{\Phi j}) \end{cases} \tag{8}$$

式中　k_j，c_j 及 Φ_j 为标称值，$\|\Delta_{qj}\|_{q=(k,c,\Phi)} \leqslant 1$，$p_{qj}$ 为参数摄动的范围。

运用线性分式变换（LFT）将参数摄动分离

$$\begin{cases} \tilde{k}_j = F_u(\boldsymbol{M}_{kj}, \Delta_{kj}) \\ \tilde{c}_j = F_u(\boldsymbol{M}_{cj}, \Delta_{cj}) \\ \tilde{\Phi}_j = F_u(\boldsymbol{M}_{\Phi j}, \Delta_{\Phi j}) \end{cases} \tag{9}$$

式中　$\boldsymbol{M}_{qj} = \begin{bmatrix} 0 & q_j \\ p_{ij} & q_j \end{bmatrix}$，$(q = k, c, \Phi; j = fl, fr, rl, rr)$。

选择状态变量：$\boldsymbol{X} = [x, x']^{\mathrm{T}}$。

选择系统性能输出：$\boldsymbol{Z} = [z_1, z_2, z_3]^{\mathrm{T}}$，其中

$\boldsymbol{z}_1 = [x''_c, \varphi'', \theta'']$，

$\boldsymbol{z}_2 = [x_{sfl} - x_{ufl}, x_{sfr} - x_{ufr}, x_{srl} - x_{url}, x_{srr} - x_{urr}]$，

$\boldsymbol{z}_3 = [x_{ufl} - x_{0fl}, x_{ufr} - x_{0fr}, x_{url} - x_{0rl}, x_{urr} - x_{0rr}]$。

取量测输出

$\boldsymbol{Y} = [x''_{sfl}, x''_{sfr}, x''_{srl}, x''_{srr}, x_{sfl} - x_{ufl}, \cdots x_{sfr} - x_{ufr}, x_{srl} - x_{url}, x_{srr} - x_{urr}]^{\mathrm{T}}$。其中 x''_c，φ''，θ'' 分别为车身质心加速度、侧倾角加速度和俯仰角加速度，$x_{sj} - x_{uj}$（$j = fl, fr, rl, rr$）为悬架动挠度，$x_{uj} - x_{0j}$ 为轮胎动变形。经线性分式变换后的摄动输入为 $\boldsymbol{U}_\Delta = [u_{kfl}, u_{kfr}, u_{krl}, u_{krr}, \cdots u_{cfl}, u_{cfr}, u_{crl}, u_{crr}]^{\mathrm{T}}$，摄动输出为 $\boldsymbol{Y}_\Delta = [y_{kfl}, y_{kfr}, y_{krl}, y_{krr}, \cdots y_{cfl}, y_{cfr}, y_{crl}, y_{crr}]^{\mathrm{T}}$。建立不确定系统如下：

$$[\boldsymbol{X}' \quad \boldsymbol{Y}_\Delta \quad \boldsymbol{Z} \quad \boldsymbol{Y}]^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{G}_1 \begin{bmatrix} \boldsymbol{X} \\ \boldsymbol{w} \\ \boldsymbol{u} \\ \boldsymbol{U}_\Delta \end{bmatrix} \tag{10}$$

$$\boldsymbol{G}_1 = \left[\begin{array}{c|cc} \boldsymbol{A} & \boldsymbol{B}_1 & \boldsymbol{B}_2 \\ \hline \boldsymbol{C}_1 & \boldsymbol{D}_{11} & \boldsymbol{D}_{12} \\ \boldsymbol{C}_2 & \boldsymbol{D}_{21} & \boldsymbol{D}_{22} \\ \boldsymbol{C}_3 & \boldsymbol{D}_{31} & \boldsymbol{D}_{32} \end{array}\right] \tag{11}$$

作动器作动力 f 与控制电压 V 之间的传递特性为

$$\frac{f(s)}{V(s)} = \frac{\tilde{\Phi}}{Ls+R} = G_2\tilde{\Phi} \tag{12}$$

2　μ 综合与 μ 分析

μ 综合通过 D-K 迭代完成控制器的设计求解，μ 分析则可对闭环控制系统的鲁棒稳定性和鲁棒性进行分析。论文通过 μ 综合与 μ 分析完成控制器的设计及控制性能的分析。

建立不确定系统开环模型，如图 2 所示。开环系统包括摄动输入 U_Δ、路面激励输入 w、控制电压输入等输入部分，以及摄动输出 Y_Δ、性能输出 Z、量测输出 Y 等输出部分。

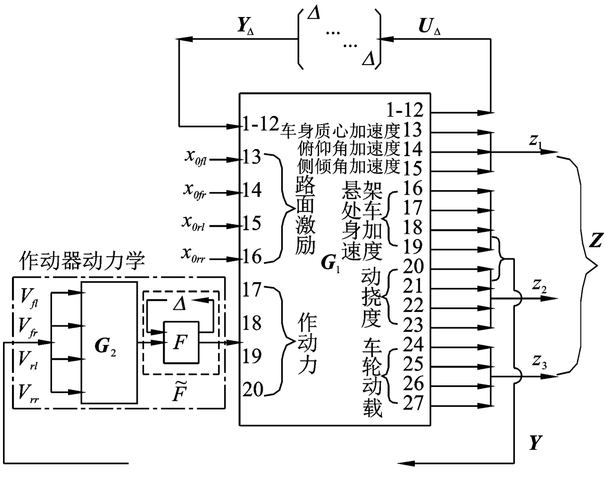

图 2　不确定系统开环图

Fig. 2　Open-loop diagram for the uncertain system

由于车身加速度、车轮动载荷和悬架动挠度三者之间存在制约，因而需对开环系统回路进行频率加权，根据各性能在不同频率范围内的重要程度，对系统输出进行频域内整形，使在不同频段内的系统性能尽可能得到满足。

参照文献[3]给出的各性能频率加权函数，并根据实际模型加以调试修正，选择车身质心加速度、车身俯仰角加速度及车身侧倾角加速度加权函数，悬架动挠度加权函数和动载加权函数分别为：$w_1 = 0.0142\dfrac{s+950}{s+10}$，$w_2 = 0.0142\dfrac{s+250}{s+1}$，$w_3 = 0.0142$

$\cdot \frac{s+1}{s+10}, w_4 = 0.029\frac{s+350}{s+10}$。

建立对输出及干扰加权的系统增广模型 $\boldsymbol{P}$，得到图 3 所示含加权函数的不确定系统闭环控制模型，该模型的描述可等价成图 4 所示闭环控制模型。

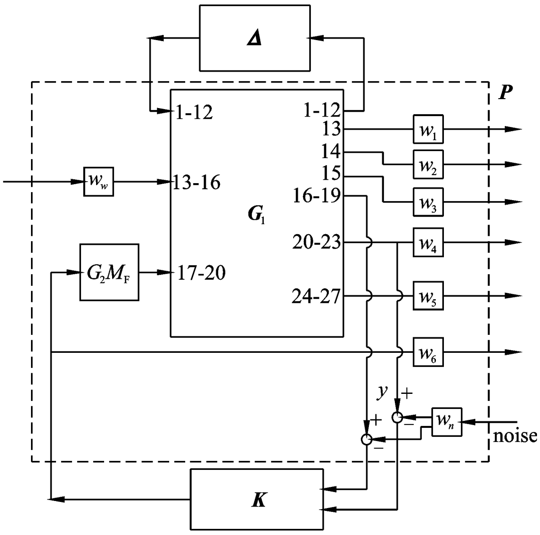

图 3 含加权函数的不确定系统闭环图

Fig. 3 Closed-loop diagram for the uncertain system with weighted function

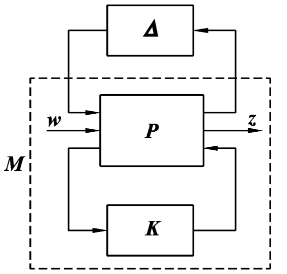

图 4 等价的不确定系统框图

Fig. 4 Equivalent block of the uncertain system

图 4 中，$\boldsymbol{M}$ 为系统模型 $\boldsymbol{P}$ 及控制器 $\boldsymbol{K}$ 的下线性分式变换表达，$\boldsymbol{M} = F_l(\boldsymbol{P}, \boldsymbol{K}) = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}$，输出 $\boldsymbol{z}$ 与输入 $\boldsymbol{w}$ 之间的传递函数如下

$$\frac{\boldsymbol{z}}{\boldsymbol{w}} = F_u(F_l(\boldsymbol{P}, \boldsymbol{K}), \boldsymbol{\Delta}) \tag{13}$$

控制器对不确定性集合中的每一个对象都能保证反馈系统内稳定，称为该控制器具有鲁棒稳定性；而集合中的所有对象都满足内稳定和某种特定的性能，则称为鲁棒性能。鲁棒控制的目标是在被控对象存在不确定的情况下，设计控制器以确保闭环系统的鲁棒稳定性和鲁棒性能，即控制器可以使被控对象在摄动范围内的每一种模型满足稳定性要求，并能达到一定的性能要求。对具有不确定性 $\boldsymbol{\Delta}$ 及干扰的增广模型 $\boldsymbol{P}$ 进行鲁棒镇定控制，μ 综合方法采用 D-K 迭代算法求解控制器 $\boldsymbol{K}$，在 ω 的输入下，须使控制器 $\boldsymbol{K}$ 满足 $\sup\limits_{w \in \mathbf{R}} \mu[F_l(\boldsymbol{P}, \boldsymbol{K})(\mathrm{j}\omega)] < 1$ 条件，且经迭代优化，控制器 K 应使闭环系统传递矩阵 $\boldsymbol{M}$ 的结构奇异值上界尽量小。

3 整车模型试验验证

为验证所建整车标称模型的准确性，进行了 Matlab/Simulink 环境下仿真计算与试验测试对比。

整车模型参数（如表 1 所示）及试验数据由某自主品牌整车厂提供，试验车行驶于良好沥青路面，在 40～70 km/h 车速区间，每间隔 10 km/h 选取一个试验车速，对驾驶员位置及驾驶员同侧后排位置车身加速度进行测试，计算获取实车的车身加速度均方根值。

表 1 某自主品牌轿车整车参数

Tab. 1 Parameters of a domestic self-brand vehicle

参 数	值
俯仰惯量 I_e/(kg·m^2)	1920
侧倾惯量 I_ϕ/(kg·m^2)	386
簧载质量 m_s/kg	1390
前非簧载质量 m_f/kg	37
后非簧载质量 m_r/kg	28.5
前轮刚度 k_{tf}/(N·m^{-1})	192000
后轮刚度 k_{tr}/(N·m^{-1})	192000
质心至前轴距离 a/m	1.13
质心至后轴距离 b/m	1.47
轮距 b_s/m	1.47
前/后悬架弹簧刚度(k_f/k_r)/(N·m^{-1})	30000/25000
前/后减振器阻尼(c_f/c_r)/(N·s·m^{-1})	1550/1650

仿真计算中，采用下式所示滤波白噪声法建立 A 级路面以模拟良好沥青路面。

$$x'_{0j}(t) = -2\pi n_1 U_x x_{0j}(t) + 2\pi n_0 \sqrt{G_q(n_0) U_x} v(t) \tag{14}$$

式中 n_1 为参考截止频率，$n_1 = 0.011$；n_0 为参考频率，$n_0 = 0.1$，$v(t)$ 是均值为 0 的高斯白噪声；$G_q(n_0)$ 为路面不平度系数，A 级路面取值为 $16 \times 10^{-6}\,\mathrm{m}^{-3}$。

根据建立的整车模型，仿真计算得到车身质心处垂向加速度均方根值。实车试验结果与仿真计算结果如表 2 所示。

表 2 数据显示在相近的道路激励下，整车模型仿真结果与实车试验结果接近，由此可知，建立的整车模型能很好地反映整车振动特性，具有较高的准确性。

表2　某车试验数据与仿真数据对比

Tab. 2　Comparison between the test data and the simulated data

测试车速/(km·h^{-1})	加速度均方根值/(m·s^{-2})		
	实车		仿真
	驾驶员位置	驾驶员同侧后排位置	车身质心
40	0.215	0.219	0.226
50	0.216	0.214	0.219
60	0.221	0.220	0.223
70	0.256	0.282	0.264

4　主动控制仿真与分析

假设悬架弹簧刚度、减振器阻尼及电机常数不确定量为：$p_k=0.15$，$p_c=0.15$，$p_\Phi=0.15$，运用μ综合设计不确定性系统控制器。为验证控制器有效性，根据表1数据以及$L=0.004H$，$R=1.2\Omega$，$\Phi=47.69$ N/A，量测噪声干扰采用均值为0的高斯白噪声，对不确定性闭环控制系统进行了频域及时域仿真。为评估控制方法，论文还设计了H$_\infty$控制，将其控制结果与μ综合进行比较。

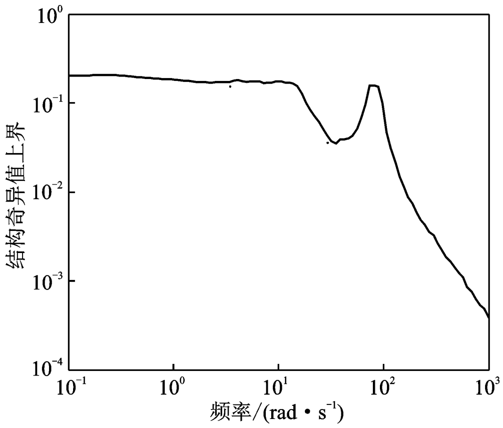

图5　μ综合控制鲁棒稳定性

Fig. 5　Robust stability for the μ synthesis control

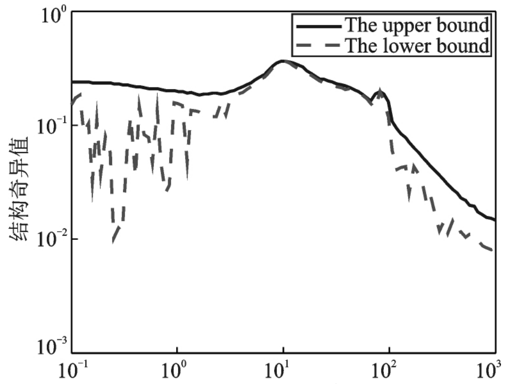

图6　μ综合控制鲁棒性能

Fig. 6　Robust performance for the μ synthesis control

从图5和6可知，μ控制鲁棒稳定性及鲁棒性能结构奇异值上下界都小于1，说明控制系统稳定。

4个车轮处的路面不平度同时作为系统输入，考虑到篇幅有限，选取左前轮路面不平度输入为代表，分析各性能的频率响应特性。

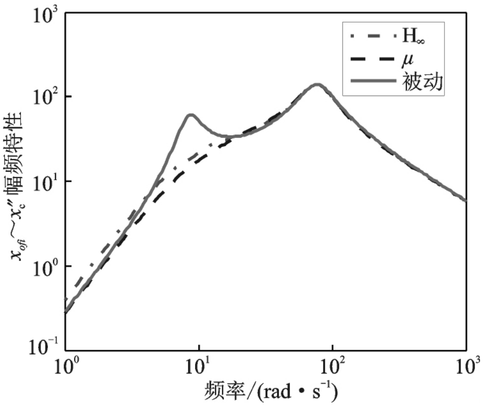

图7　左前轮路面不平-车身质心加速度幅频特性曲线

Fig. 7　Amplitude-frequency characteristics curves of the left-front road excitation to the body acceleration

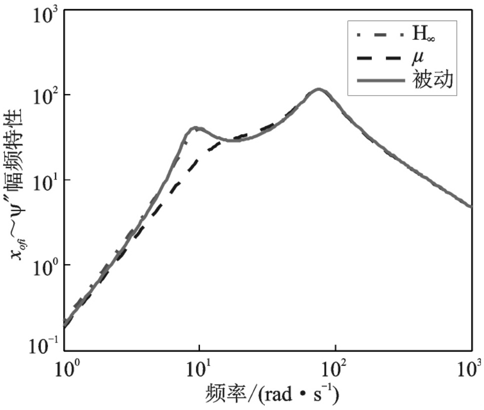

图8　左前轮路面不平-俯仰角加速度幅频特性曲线

Fig. 8　Amplitude-frequency characteristics curves of the left-front road excitation to the pitch angular acceleration

从图7～11可知，μ综合控制能改善车身质心加速度、俯仰角加速度、侧倾角加速度和车轮动变形低频共振区传递特性，有效降低共振峰，相当于低频区通过主动控制将悬架控制的更“软”，舒适性得到改善；H$_\infty$控制则在这四项性能低频共振区略有改善，但效果不如μ综合控制。此外，对于悬架动挠度和车轮动变形，μ综合控制也能将低频共振削峰，一定程度上改善两项性能。

为更好地体现控制效果，选用路面不平度较大的C级路面作为输入。路面不平度系数取值为$G_q(n_0)=256\times10^{-6}$ m^{-3}，汽车行驶车速为10 m/s，

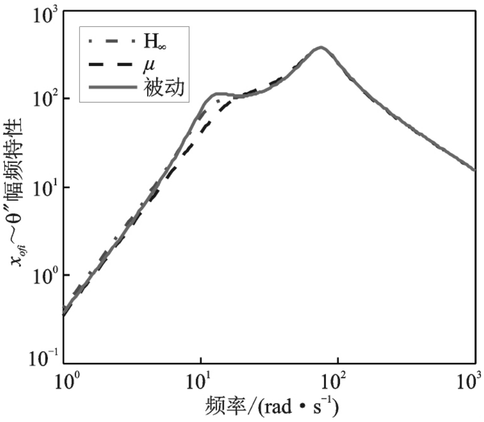

图 9　左前轮路面不平-侧倾角加速度幅频特性曲线

Fig. 9　Amplitude-frequency characteristics curves of the left-front road excitation to the roll angular acceleration

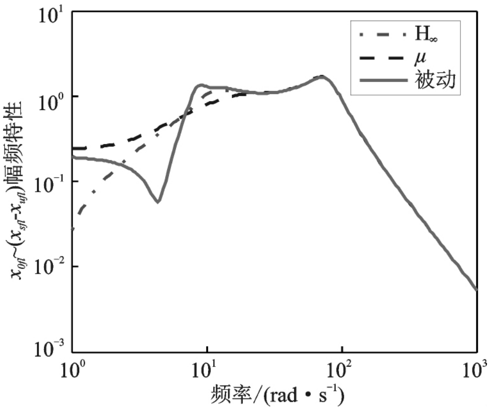

图 10　左前轮路面不平-左前悬架动挠度幅频特性曲线

Fig. 10　Amplitude-frequency characteristics curves of the left-front road excitation to the left-front suspension deflection

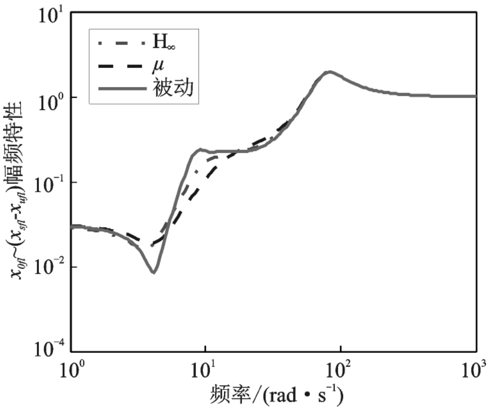

图 11　左前轮路面不平-左前轮动变形幅频特性曲线

Fig. 11　Amplitude-frequency characteristics curves of the left-front road excitation to the left-front tire deformation

由公式(14)生成随机C级路面，前后轮路面激励满足公式(7)。

因随机路面激励下的响应曲线无规律且复杂，为便于分辨，给出μ综合与被动悬架时域响应曲线对比，与H∞控制的性能对比将通过均方根值统计在表3中示出。μ综合与被动悬架时域响应对比如图12～14所示，功率谱密度对比如图16～18。

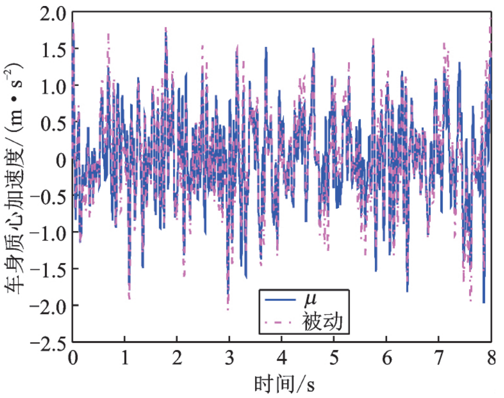

图 12　车身质心加速度

Fig. 12　Body vertical acceleration

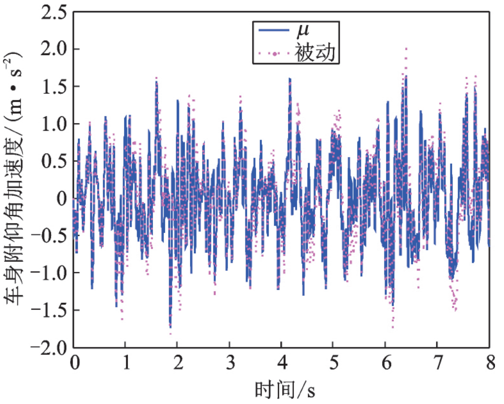

图 13　俯仰角加速度

Fig. 13　Body pitch angular acceleration

根据时域响应数据，计算各性能均方根值，如表3所示：

表 3　各性能均方根值统计

Tab. 3　Data statistics for the root mean square values of performance

性能	被动悬架	H∞	μ
车身质心加速度/(m·s^{-2})	0.6654	0.6139	0.6082
俯仰角加速度/(rad·s^{-2})	0.6393	0.6338	0.5711
侧倾角加速度/(rad·s^{-2})	1.496	1.485	1.493
悬架动挠度(FL)/m	0.0088	0.0128	0.0080
车轮动变形(FL)/m	0.0039	0.0038	0.0038

从图12～14及表3可以看出，μ综合控制车身

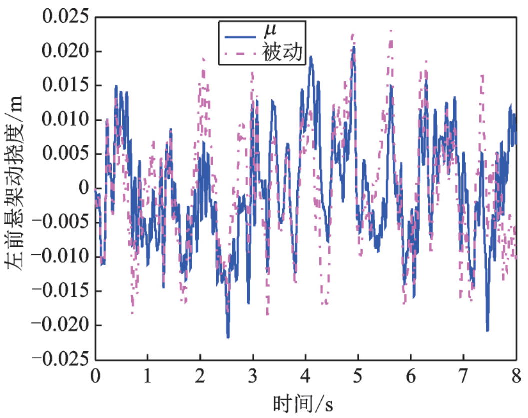

图 14　左前悬架动挠度

Fig. 14　Left-front suspension deflection

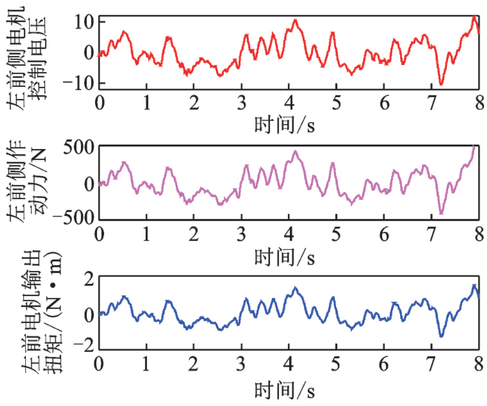

图 15　执行电机输出

Fig. 15　Outputs of the actuating motor

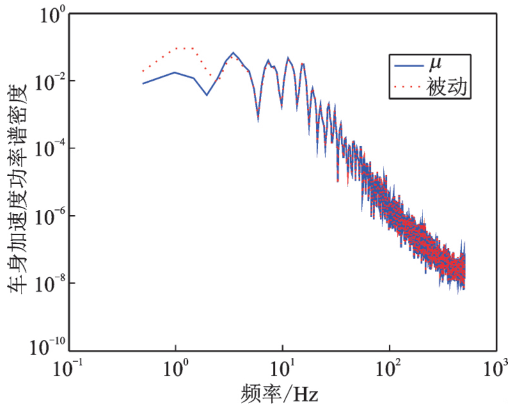

图 16　车身加速度功率谱密度

Fig. 16　Power spectral density of the body vertical acceleration

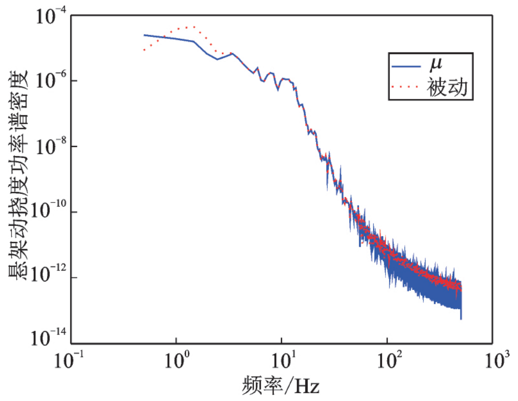

图 17　悬架动挠度功率谱密度

Fig. 17　Power spectral density of the suspension deflection

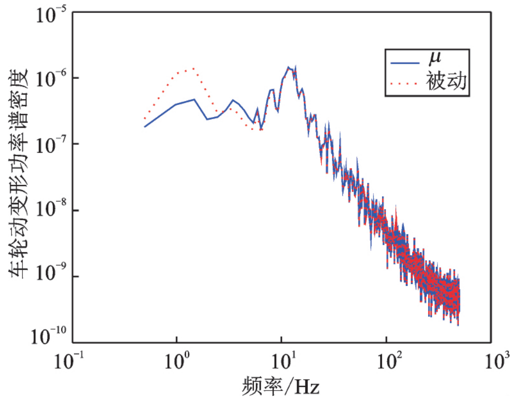

图 18　车轮动变形功率谱密度

Fig. 18　Power spectral density of the tire deformation

质心加速度由被动悬架的 0.6654 降为 0.6082，性能提升了 8.6％，俯仰角速度由 0.6393 降为 0.5711，性能提升 10.7％，侧倾角加速度均方根值有微弱下降；H_∞ 控制也将车身质心加速度及车身俯仰角角速度均方根值分别下降了 7.7％和 0.9％，车身侧倾角加速度均方根值改善微弱。对比两种控制方法可知：在加速度控制方面，μ 综合控制效果优于 H_∞ 控制。悬架动挠度方面，μ 综合控制提升了 9.1％，而 H_∞ 控制严重恶化，由被动悬架的 0.0088 m增大到 H_∞ 控制的 0.0128 m。此外，由车轮动变形均方根值统计可以发现，在车身平顺性有改善的情况下，μ 综合控制与 H_∞ 控制没有牺牲车轮附着性能，车轮动载均有微弱改善。图 15 显示所设计的 μ 综合控制器在 C 级随机路面上能使控制电压保持在额定电压以内，电机实际输出转矩也在最大输出扭矩范围，且扭矩变化幅度不大，可确保控制系统有效进行。从图 16～18 可知，采用 μ 综合控制，车身加速度功率谱密度、悬架动挠度功率谱密度以及车轮动变形功率谱密度在低频共振区的谱密度峰值均减小。综上，采用 μ 综合控制能在提高车轮附着性能的情况下，有效地改善车身加速度、俯仰角加速度等平顺性能指标，对车身姿态有更好控制，悬架动挠度也得到一定程度的抑制，减小撞击限位的概率，提高了安全性。

5 结论及展望

(1)考虑悬架系统弹簧刚度、阻尼系数,以及电动悬架执行器电机时间常数的不确定性,运用线性分式变换,建立了整车主动悬架不确定模型;通过实车试验数据与被动悬架仿真计算结果对比,验证了所建立的悬架系统标称模型能较好地反映整车的振动响应特性;

(2)考虑了量测噪声干扰,对悬架性能输出进行了加权频率整形,设计了μ综合控制器;选取整车参数进行了频域分析、C级随机路面时域仿真分析及相应功率谱密度分析,运用μ分析将仿真结果与H_∞控制进行了对比,显示出在有参数摄动及量测干扰的情况下,μ综合控制比H_∞控制具有更好的控制效果;

(3)μ综合控制在减小车轮动载,进而提升车轮附着性能的情况下,有效衰减了车身加速度、俯仰角加速度、侧倾角加速度等振动响应的低频共振峰值,使平顺性及车身姿态得到改善,悬架动挠度也得到一定程度抑制。

论文后续将综合考虑弹簧刚度、车轮刚度、减振器阻尼及车辆结构参数的不确定性,相应的实验验证也将是下一步要完成的工作。

参考文献:

[1] **张国光. 基于电机作动器的主动悬架鲁棒控制研究**[D]. **上海:上海交通大学**, 2013.
Zhang Guoguang. Study on robust control for DC-motor-based active suspension[D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2013

[2] **张勇超. 车辆电磁主动悬架鲁棒控制研究**[D]. **上海:上海交通大学**, 2012.
Zhang Yongchao. Study on robust control for vehicle active electromagnetic suspension [D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2012

[3] Gáspár P, Szaszi I, Bokor J. Design of robust controllers for active vehicle suspension using the mixed μ synthesis[J]. Vehicle System Dynamics, 2003, 40(4): 193—228.

[4] Sun W, Pan H, Yu J, et al. Reliability control for uncertain half-car active suspension systems with possible actuator faults[J]. IET Control Theory & Applications, 2014, 8(9): 746—754.

[5] **龙垚坤,文桂林,陈哲吾. 汽车主动悬架鲁棒保性能控制仿真研究**[J]. **汽车工程**, 2014, 36(2): 216—221.
Long Y, Wen G, Chen Z. A simulation study on robust guaranteed cost control for vehicle active suspension[J]. Automotive Engineering, 2014, 36(2):216—221.

[6] **张国光,张勇超,喻 凡. 车辆电动悬架的混合不确定建模与μ综合控制器设计**[J]. **汽车工程**, 2012, (12): 1100—1106.
Zhang G, Zhang Y, Yu F. Mixed uncertainty modeling and μ synthesis controller design for vehicle active suspension with motor actuator[J]. Automotive Engineering, 2012, 34(12):1100—1106.

[7] Zhang Y, Cao J, Zhang G, et al. Robust controller design for an electromagnetic active suspension subjected to mixed uncertainties[J]. International Journal of Vehicle Design, 2013, 63(4):423—449.

[8] **孙 涛,喻 凡,柳 江,等. 基于混合不确定建模的主动悬架鲁棒μ综合控制分析**[J]. **上海交通大学学报**, 2006, 40(6): 936—941.
Tao S, Fan Y, Jiang L, et al. The mixed-uncertainty modeling and control for active suspension based on robust μ-synthesis[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2006, 40(6):936—941.

[9] Zhang Y, Cao J, Zhang G, et al. Robust controller design for an electromagnetic active suspension subjected to mixed uncertainties[J]. International Journal of Vehicle Design, 2013, 63(4):423—449.

[10] Zhang G, Zhang Y, Yu F. μ-Synthesis controller design for a DC-motor-based active suspension with parametric uncertainties[J]. Journal of Vibration & Control, 2013, 19(4):585—604.

[11] **王 鹏,宋鹏云,张继业,等. 执行器有时滞的馈能式主动悬架的鲁棒控制**[J]. **控制理论与应用**, 2012, 29(12):96—102.
Wang P, Song P Y, Zhang J Y, et al. Robust control for self-powered active suspension with time-delay in actuator[J]. Control Theory & Applications, 2012,29(12):96—102.

[12] Kaleemullah M, Faris W F. Active suspension control of vehicle with uncertainties using robust controllers[J]. International Journal of Vehicle Systems Modelling & Testing, 2014, 9(3/4):293.

[13] Sande T P J V D, Gysen B L J, Besselink I J M, et al. Robust control of an electromagnetic active suspension system: simulations and measurements[J]. Mechat-ronics, 2013, 23(2):204—212.

[14] **李 荣,焦晓红,杨 超. 基于动态输出反馈的半车主动悬架系统鲁棒控制**[J]. **振动与冲击**, 2014, 33(7): 187—193.
Li Rong, Jiao X H, Chao Y. Output feedback-based

robust control for a half-car hydraulic active suspension system[J]. Journal of Vibration & Shock, 2014, 33(7):187—193.

[15] **于树友，马苗苗，陈　虹. 基于** LMI **优化的** H_∞/**广义** H_2 **输出反馈主动悬架控制**[J]. **南京航空航天大学学报**，2006，38(B07)：25—29.
Yu Shuyou, Ma Miaomiao, Chen Hong. H_∞/Generalized H_2 output feedback active suspension control via LMI optimization[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2006,38(B07):25—29.

[16] Chen H, Liu Z Y, Sun P Y. Application of constrained H_∞ control to active suspension systems on half-car models[J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 2005, 127(3): 345—354.

[17] **盛　云，吴光强. 7 自由度主动悬架整车模型最优控制的研究**[J]. **汽车技术**，2007，(6)：12—16.
Sheng Y, Wu G. Study on optimal control of complete vehicle model with 7 degrees of freedom active suspension[J]. Automobile Technology, 2007,(6):12—16.

[18] **张　望，喻　凡. 基于混合鲁棒控制的电磁主动悬架动力学分析**[J]. **机械设计与研究**，2015，31(4)：173—178.
Zhang Wang, Yu Fan. Study on dynamics of electromagnetic active suspension based on mix robust control[J]. Machine design and research, 2015, 31(4): 173—178.

Robust control research for full-car active suspension based on the μ synthesis algorithm

ZHOU Bing[1], *WU Xiao-jian*[1], *WEN Gui-lin*[1], *QIU Xiang*[2]

(1. State Key Laboratory of Advanced Design and Manufacture for Vehicle Body, Hunan University, Changsha 410082, China;
2. The Center of Collaboration and Innovation, Jiangxi University of Technology, Nanchang 330098, China)

Abstract: Considering that uncertain parameters of suspension system and noise interference of sensor measurements are prone to lead to weak robustness. The full-car model can accurately illustrate the vehicle vibration response and the μ synthesis control method has less conservative for multiple uncertainties dynamics system. A control system is developed for the full-car model active suspension system. Firstly, twelve uncertainties including spring stiffness, damper coefficient and motor time constant are taken into account. The dynamics model with uncertainties is established based on the linear fractional transformation (LFT) method. The accuracy of the full-car model is validated by real test. Subsequently, a robust controller is designed for the uncertain dynamics system using the μ synthesis algorithm. The upper and lower bounds of the structured singular value show that the control system has good robust stability and robust performance. Finally, a comparison between a μ synthesis controller and an $H\infty$ controller in both frequency domain and time domain indicates that the μ synthesis control system is more effective to improve vehicle ride and safety performance.

Key words: active suspension; robust control; μ synthesis; uncertainty; full-car model

作者简介：周　兵(1972—)，**男，副教授，博士生导师。电话**：13055199580，E-mail：zhou_bingo@163.com
通讯作者：吴晓建(1985—)，**男，博士研究生。电话**：15700756285，E-mail：saintwu520@163.com